

# Расчеты



[kolesnikov.org/Calc](http://kolesnikov.org/Calc)

## СКОЛЬКО ЧЕЛОВЕК В ЗДАНИИ? (СТОЯНКА, ОТДЕЛЬНЫЙ ЭТАЖ, СТОЛОВАЯ)

---

Что более полезно для оценки числа людей, которые работают в 30-этажном здании:

- а) число машин на парковке;
- б) число людей на ланче в кафетерии;
- в) число людей на 11 этаже.

### Ideanomics2013:

На рус. яз.: Самые каверзные вопросы на собеседованиях в самые крутые компании. 11 задачек, от которых расплавится мозг.

<https://ideanomics.ru/articles/1100>

Which of these pieces of information would be most useful in estimating the number of people who work in a 30-story building?

- a. The number of cars in the parking lot.
- b. The number of people eating lunch in the cafeteria.
- c. The number of people on the 11th floor.

### Mondalek&Nisen2013:

Alexandra Mondalek and Max Nisen. 13 Brain-Melting Questions That Companies Ask During Interviews// 10.06.2013

<http://www.businessinsider.com/answers-to-interview-brain teasers-2013-7>

## СКОЛЬКО РЫБ В ОЗЕРЕ?

---

Как посчитать количество рыб в озере?

Что может быть проще? Озеро — осушить, рыбу пересчитать. И убедиться, что мероприятия прошлого года по увеличению рыбных запасов имели успех.

А вот люди, которым дорого не чистое знание, а еще и озеро, могут поступить так:

Отловить тысячу рыб, пометить их и выпустить обратно. У меня это ассоциируется — надеть на них кольца. Как их пометить, можно другой способ придумать. Выпущенные рыбы перемешаются с остальными. Далее ловлю надо повторить. И пересчитать число меченых рыб из тысячи. Пусть это будет 50 штук, т.е. 5%. Тогда можно считать, что первая тысяча рыб составляет 5% от общего количества. А всего рыб двадцать тысяч.

[Хаббард2009р147]

[Паулос2021р175]

Число рыб в озере. Число такси в городе. [Грима2014р76]

---

### Грима2014р76:

Грима Пере. Абсолютная точность и другие иллюзии. Секреты статистики // Мир математики: в 40 т. : пер. с исп. — Т. 13. — М.: Де Агостини, 2014. — 144с.

### Паулос2021р175:

Паулос Джон Аллен. Математическое невежество и его последствия. — М.: Издательство Студии Артемия Лебедева, 2021. — 208с.

### Хаббард2009р147:

Хаббард Д. Как измерить все, что угодно. Оценка стоимости нематериального в бизнесе / пер. с англ. Е. Пестеревой. — М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2009.

## У ВАС ЕСТЬ СТОПКА ДЕСЯТИРУБЛЁВЫХ МОНЕТ ВЫСОТОЙ С ЭЙФЕЛЕВУ БАШНЮ. СМОЖЕТЕ ЛИ ВЫ УМЕСТИТЬ ЭТИ МОНЕТЫ В СРЕДНЕСТАТИСТИЧЕСКУЮ КОМНАТУ?

---

Сначала стандартное решение:

Объем стопки  $3 \text{ см} \times 3 \text{ см} \times 325 \text{ м}$ , что составляет  $0.3 \text{ куб. м}$  (это с запасом). Тяжело представить комнату, куда такой объем не влезет. Проблема может быть только в том, что в дверь не пролезет, но вроде по условиям задачи монеты не склеены.

Более элегантный ответ:

Высота Эйфелевой башни  $325 \text{ м}$ .

Размещаем в комнате  $200$  стопок.

Это двадцать рядов по  $10$  стопок. Высота стопки  $2 \text{ м}$ .

Диаметр монеты — сантиметра  $3$  максимум. Все уместится на  $1 \text{ кв. метре}$ .

А если высоту сделать в  $50 \text{ см}$ , то понадобится меньше  $4 \text{ кв. м}$ . Оказывается, это просто.

<https://newtonew.com/overview/fermi-questions>

Еще три задачи про стопки:

Сколько четвертаков (25-центовых монет) в стопке, которая будет высотой с Эмпайр-стейт-билдинг? А какова стоимость этой стопки в долларах? [Asaravala2003]

Какую высоту будут иметь долларовые купюры, сложенные одна на другую, если общая сумма составит один триллион долларов? [Talamo1996a]

Если вы получили бы стопку монет достоинством в  $1 \text{ пенс}$  каждая и высотой с Эмпайр-стейт-билдинг, поместились бы все эти деньги в одно помещение? [Паундстоун2012p117]

---

\* Конечно, диаметр десятирублевой монеты равен  $22 \text{ мм}$ , но нам важна оценка в большую сторону.

---

**Паундстоун2012p117:**

Паундстоун У. Действительно ли вы умны, чтобы работать в Google? Коварные вопросы, головоломки в стиле дзен, предельно сложные задачи и другие сбивающие с толку приемы, которые применяют на собеседованиях и которые очень полезно знать, если вы хотите получить работу и найти свое место в новой экономике / пер. с англ. В. Егорова. — М.: Карьера Пресс, 2013. — 400с. — Библиогр.: с. 382-387 (89 назв.).

**Asaravala2003:**

Asaravala Amit. Landing a Job Can Be Puzzling.

<https://www.wired.com/2003/06/landing-a-job-can-be-puzzling>

**Gleeson2007:**

Gleeson Austin. Physics 341. Spring 2007. Homework #1 (= Домашнее задание по физике) / Department of Physics, University of Texas at Austin.

<https://web2.ph.utexas.edu/~gleeson/HMW1.pdf>

Доступ возможен через [web.archive.org](http://web.archive.org)

**Talamo1996a:**

Talamo Sheila. Classic Fermi Questions with annotated solutions.

<http://mathforum.org/workshops/sum96/interdisc/classicfermi.html>

Доступ возможен через [web.archive.org](http://web.archive.org)

## ДЕНЬГИ ПРИНЯТО ХРАНИТЬ В БАНКЕ. СКОЛЬКО ДОЛЛАРОВ ПОМЕСТИТСЯ В ТРЕХЛИТРОВУЮ БАНКУ?

Долларовая купюра весит 1 г. Будем считать приблизительно, что ее объем 1 куб. см. В литре 3000 куб. см. Т. е. максимум в трехлитровую банку влезет 300 тыс. Разумно взять понижающий коэффициент где-то два, поскольку банка круглая и т.д. Поместится тогда 150 тыс. долларов.

1. Какова высота национального долга США, если его перевести в одноцентовые монеты и положить их друг на друга? [Gleeson2007q6a]
2. Если эти монеты распределить равномерно по территории США, то какое расстояние будет между монетами? [Gleeson2007q6b]
3. Сколько тонн меди потребуется для изготовления этих монет? [Gleeson2007q6c]
4. Сколько стоит кг сушеных долларов?  
Одна стодолларовая купюра весит 1 г.  
1000 купюр весит 1 кг, а стоит 100 тыс.



### Gleeson2007:

Gleeson Austin. Physics 341. Spring 2007. Homework #1 (= Домашнее задание по физике) / Department of Physics, University of Texas at Austin.

<https://web2.ph.utexas.edu/~gleeson/HMW1.pdf>

Доступ возможен через [web.archive.org](http://web.archive.org)

## СКОЛЬКО НУЖНО ВЕРТОЛЕТОВ, ЧТОБЫ РАЗБРОСАТЬ ТРИЛЛИОН ДОЛЛАРОВ?

---

Вертолет с деньгами (по С.М. Гуриеву\*) раскидывает триллион долларов. Сколько весит триллион долларов?

1 трлн грамм = 1 млрд кг = 1 млн тонн (если по 1 доллару).

Разделить на 100, если купюры стодолларовые.

Итого 10 тыс. тонн.

Грузоподъемность вертолета тонн 20, тогда потребуется 500 вертолетов.

Если в Нью-Йорке 20 млн жителей, то на каждого придется 50 тыс. долларов. А если раскидать на всех американцев, то каждому достанется 3.3 тыс. долларов.

В каком-то фильме герои бегают с мешком с 7 млн долларов двадцатками. Это 350 кг.

---

\* Минюст РФ признал С.М. Гуриева «иностранным агентом».

## СРАВНЕНИЕ СТОИМОСТИ ДОЛЛАРОВОЙ НАЛИЧНОСТИ И ЗОЛОТА

---

Далее речь идет исключительно о современных долларах США (купюра 100 долларов).

Одна долларовая купюра любого номинала весит приблизительно 1 г. Для этого нужно взвесить только 100 купюр и разделить, соответственно, на 100. Пачка из 100 стодолларовых купюр стоимостью десять тысяч долларов будет весить 100 г.

1 кг стодолларовых купюр составит 100 тыс долларов.

Вес одного миллиона долларов в купюрах — 10 кг.

В деле Улюкаева А.В. фигурировало 2 млн долларов весом 22 кг, если я не ошибаюсь.

[https://ru.wikipedia.org/wiki/](https://ru.wikipedia.org/wiki/Улюкаев,_Алексей_Валентинович)

[Улюкаев,\\_Алексей\\_Валентинович](https://ru.wikipedia.org/wiki/Улюкаев,_Алексей_Валентинович)

Палета стодолларовых купюр стоит где-то 90-100 млн долларов. В прессе упоминалось о передаче американскими спецслужбами крупных сумм наличными деньгами. Впрочем, американские банки проводят данную операцию в обычном режиме, выдавая зарубежным банкам необходимую им сумму наличных.

Теперь о золоте. Тройская унция золота (приблизительно 31.1 г) стоит на 15.08.2023 1906.00 долларов США. Для определения стоимости килограмма надо умножить на 32. Это составит около 61 тыс. долларов.

Напомним, что килограмм долларов в 100-долларовых купюрах стоит 100 тыс., т. е. золото такой же стоимости тяжелее примерно в 1.6 раза.

Палета золота при весе в 1 т будет стоить 39 млн долларов. Надо отметить, что при площади палеты в 1 кв. м золото растечется по нему тонким слоем в 5 см (плотность золота — 19.3 г/см<sup>3</sup>). Хотя с учетом упаковки толщина слоя немного вырастет.

Также 1 т золота может быть размещена в виде куба со стороной 37 см.

Для сравнения приведем плотности других материалов:

Платина — 21.5 г/см<sup>3</sup>

Иридий — 22.65 г/см<sup>3</sup>

Палладий — 12.02 г/см<sup>3</sup>

Сталь — 7.8 г/см<sup>3</sup>

Уран — 19.07 г/см<sup>3</sup>

Интересна плотность бумаги. Пачка офисной бумаги имеет плотность в 80 г/м<sup>2</sup>. Плотность бумаги принято считать в граммах на квадратный метр. Это совсем другая плотность.

Пачка бумаги 500 л весом 2.5 кг имеет размер 210 × 297 × 50 мм, отсюда путем несложных расчетов можно найти искомую плотность (переведя все в граммы и сантиметры) :

$$2500/3118.5 = 0.8 \text{ г/см}^3$$

Данный результат вызывает вопрос: если бросить пачку в воду, то она, по идее, должна плавать?

## ПОТРЕБЛЕНИЕ ТОПЛИВА. САМОЛЕТ И АВТОМОБИЛЬ

---

В самолете потребление топлива на 100 км может быть меньше, чем у автомобиля.

Возьмем, к примеру, А380. Часовой расход топлива — 12-13 т. Скорость — 900 км/ч. Количество пассажиров — 853 человека. Итого:  $12000 \text{ кг} / (900 \text{ км/ч} \times 853) = 1.5 \text{ кг}$  топлива на 100 км. Так как в литре топлива 0.75 кг, то получается около 2 литров на 100 км на 1 пассажира.

Сколько же человек надо погрузить в автомобиль, чтобы достичь подобного результата? (2-3-4 человека, наверное).

## СКОЛЬКО НУЖНО ОДНОГАЛЛОННЫХ ВЕДЕР, ЧТОБЫ ВЫЧЕРПАТЬ ВСЕ ОЗЕРО ЛОХ-НЕСС В ШОТЛАНДИИ И ОСТАВИТЬ ЧУДОВИЩЕ БЕЗ ВОДЫ?

---

По данным Wikipedia, площадь озера Лох-Несс составляет 56 кв. км. Максимальная глубина — 230 м. Средняя глубина — 132 м. Средняя глубина по определению — отношение объема воды к площади поверхности.

Объем воды в озере:

$$7.4 \text{ км}^3 = 7.4 \times 10^9 \text{ м}^3 = 7.4 \times 10^{12} \text{ литров.}$$

Поскольку в галлоне примерно 3.8 литра, то нам потребуется  $2 \times 10^{12}$  одногаллонных ведер, чтобы вычерпать озеро Лох-Несс.

Если набирать 1 ведро в секунду, то потребуется где-то 63 тыс. лет. Данный способ вряд ли позволит в обозримое время очистить озеро от воды.

Однако можно по берегу озера разместить людей и поручить им черпать ведрами. Если площадь озера 56 кв. км и считать его квадратом, то периметр по берегу будет примерно 30 км. Размещая по 1 человеку на метр, мы сможем вычерпать озеро уже за 2 года. Но озеро Лох-Несс не квадрат, а вытянутое, и береговая линия будет больше.

[Adam1995q7]



[https://en.wikipedia.org/wiki/Loch\\_Ness](https://en.wikipedia.org/wiki/Loch_Ness)

**Adam1995q7:**

Adam John A. Educated Guesses // Quantum: The Magazine of Math and Science. — 1995, Sept/Oct. — Vol. 6, No. 1. — P. 20-24.

## СКОЛЬКО НУЖНО УПАКОВОК ЗУБНОЙ НИТИ, ЧТОБЫ ЗАКЛЮЧЕННЫЕ СВИЛИ ИЗ НЕЕ ВЕРЕВКУ И СПУСТИЛИСЬ СО СТЕНЫ ВЫСОТОЙ 18 ФУТОВ?

---

Такой случай действительно произошел. Заключенные свили трос толщиной с телефонный шнур и спустились со стены.

В статье приняты следующие исходные данные:

Толщина зубной нити (флосса) 0.5 мм при стандартной длине в 55 ярдов. Длину нити измерить легко: вытащить из коробки и воспользоваться рулеткой или линейкой. Толщину измерить сложнее. Хотя она, может быть, написана на коробке.

Толщина телефонного кабеля взята за 4 мм.

Тогда для толщины 1 мм необходимо взять четыре нити, а для 4 мм потребуется примерно 64 нити.

Переведем футы и ярды в метры:

18 футов = 5.5 метров — это высота стены.

55 ярдов = 50 метров — это длина одной нити.

$50/5.5 = 9$ , одну нить можно свернуть 9 раз.

$64/9 = 7.1$  — потребуется упаковок.

[Adam1995q9]

{Авторский ответ: 7.

Я бы для надежности взял 8 упаковок. }

---

### Adam1995q9:

Adam John A. Educated Guesses // Quantum: The Magazine of Math and Science. — 1995, Sept/Oct. — Vol. 6, No. 1. — P. 20-24.

## ЗАДАЧА ОБ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЖГУТАХ

---

Следующая задача пришла из астрономии. Говорят, что ее задавали на астрономическом конгрессе известным астрономам и никто не дал правильный ответ. Автор услышал данную задачу в Пулковской обсерватории.

**Если Землю вытянуть в виде тонкого жгута до Солнца, то какая толщина у этого жгута: тоньше мизинца или толще? А если до ближайшей звезды? А если до Млечного Пути: не будет ли жгут тоньше молекулы?**

Задача, на самом деле, решается очень легко, но очевидный ответ не просматривается.

Лобовое и очевидное решение: вычислить объем Земли и посмотреть на объем жгута.

Объем шара  $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ , если принять радиус Земли 6400 км или  $6.4 \times 10^6$  м, то получим объем Земли:  $1.097 \times 10^{21}$  м<sup>3</sup>.

Теперь рассмотрим объем жгута. Для простоты будем считать его сечение квадратным.

Расстояние от Земли до Солнца 150 млн км или  $1.5 \times 10^{11}$  м.

Если мы разделим объем Земли на длину жгута, то получим площадь его сечения:  $7.3 \times 10^9$  м<sup>2</sup>, из которой путем извлечения корня можно определить толщину жгута:

$$8.5 \times 10^4 \text{ м или } 85 \text{ км,}$$

что очевидно, толще мизинца.

Если считать жгут с круглым сечением, то его  $R = \sqrt{S/\pi} = 4.8 \times 10^4$  м, а его толщина равна удвоенному радиусу или 96 км.

Таким образом, приводимый ответ в 100 км является корректным.

Однако задача имеет более простое оценочное решение.

Посмотрим на Землю как на куб с гранью 12 тыс. км, это приблизительно в 10 000 раз меньше расстояния до Солнца (с ошибкой в 25% — =:). Две другие грани уменьшим в 100 раз и получим толщину жгута в 120 км, что, очевидно, несколько больше толщины мизинца. Вычисления очень просты, а ответ не сильно отличается от точного для такой сильно гипотетической задачи.

Рассмотрим вопрос замены шара кубом в два радиуса шара. Условно шар можно положить в этот куб. Определим коэффициент объемной коррекции.

Объем шара  $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ , объем куба  $(2R)^3 = 8R^3$ .

$$a \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = 8R^3,$$

$$a = 1.91,$$

т. е. при замене шара кубом размером в диаметр, объем увеличивается почти в два раза. Это надо учитывать, когда вы заполняете какое-либо помещение теннисными мячами. (Отметим, что есть более эффективные способы размещения шаров в ограниченном пространстве).

Теперь растянем Землю до ближайшей звезды. Это Альфа Центавра, 4 световых года.

Скорость света, как известно из многочисленных опытов, составляет грубо 300 тыс. км/с ( $3 \times 10^8$  м/с).

В сутках  $60 \times 60 \times 24 = 86\,400$  секунд.

В году 365 дней и 31 536 000 секунд.

Четыре года содержат 126 144 000 секунд ( $1.2 \times 10^8$  с).

Несмотря на то, что на 4 года с высокой степенью вероятности придется один високосный год, по моему мнению, этим в данном расчете можно пренебречь.

Таким образом, длина жгута составит  $3.6 \times 10^{16}$  м, что в  $2.4 \times 10^5$  (240 000) раз больше расстояния от Земли до Солнца. Соответственно, сечение нашего жгута меньше в 240 000 раз, а каждая сторона при квадратном сечении меньше в 500 раз. (Если точно: 489 раз). Если в жгуте до Солнца это было 85 км, то теперь жгут вытянулся до 170 м.

Продолжим вытягивание жгута: теперь цель — Млечный Путь.

Центр нашей Галактики находится в направлении Созвездия Стрельца. До него 27 700 световых лет.

Это расстояние больше расстояния до Альфа Центавра в 6925 раз. Толщина нашего жгута уменьшится в 83 раза и составит 2 метра, что опять-таки толще мизинца.

Таким образом, мы видим, что расчеты гипотетического вытягивания реальных предметов на космические расстояния показывают вполне обозримый размер жгута.

Разновидностью данной задачи можно считать задачу Парселла [**Purcell1984Miscellaneous1**], где предлагается из железа земной коры сделать провод и протянуть его на радиус видимой части Вселенной ( $10^{28}$  см). Расчеты показывают, что диаметр провода будет порядка 1 мм.

Вывод из этой задачи следующий:

Даже простая задача с очевидным решением (как вычислить толщину жгута через объем) далеко не так очевидна навскидку и, как показала практика, даже профессионалы с ходу не дают правильного решения.

---

#### **Purcell1984:**

Purcell Edward M. The Back of the Envelope: A column in the American Journal of Physics. — Jan 1983 — July 1984.

[http://www.vendian.org/envelope/dir0/column\\_purcell.html](http://www.vendian.org/envelope/dir0/column_purcell.html)

[https://www.aapt.org/Publications/AJP/Readers/back\\_of\\_the\\_envelope.cfm](https://www.aapt.org/Publications/AJP/Readers/back_of_the_envelope.cfm)

#### **Purcell1984Miscellaneous1:**

<https://www.aapt.org/Publications/ajp-themepdfsandpurcell/April1983-Problem2.pdf>