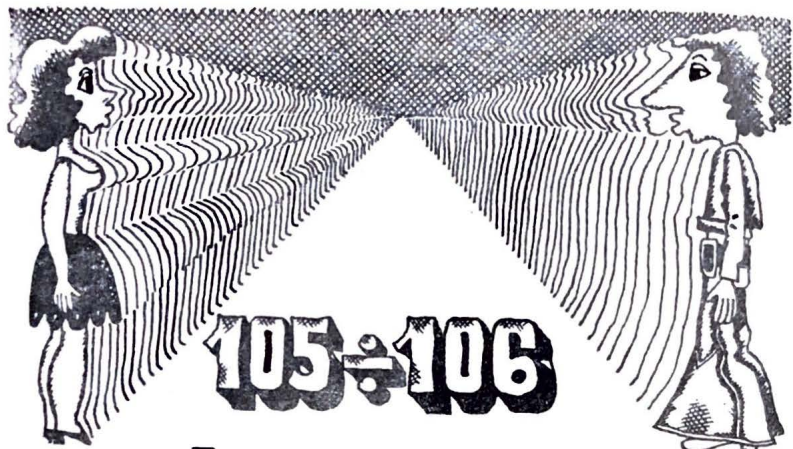




...Потому что на десять девчонок по статистике девять ребят...

Вы, конечно, знаете эти слова из популярной песенки. Из песни слова не выкинешь, даже если это слово совсем не нужное, а то и ошибочное слово... Конечно, жаль девчонок, грустно подпирающих стенку на танцах или обнимающих подружку «за кавалера» (как здесь крепко устоялась мещанская терминология!) Но на танцы они ходят не только из желания потанцевать: среди кавалеров может попасться и долгожданный принц. Однако недостаток кавалеров объясняется не нехваткой парней — просто они предпочитают футбол или что-то еще: по данным нашей печати за 1972 год у нас в стране вплоть до 24-летнего возраста... на десять девчонок по статистике десять с половиной ребят, то есть на сто девиц приходится сто пять парней. Такое радующее девичью душу соотношение наблюдается не всегда.

Во время войн гибнут в основном мужчины, и в послевоенные годы соотношение между числом мужчин и женщин резко меняется и возникают ситуации, когда... на десять девчонок приходится всего пять ребят.

Речь сейчас пойдет о биологических закономерностях, о соотношении полов во всем животном мире и о механизмах, регулирующих это соотношение. Поэтому я буду придерживаться биологической терминологии.

Соотношением полов в популяции принято называть количество самцов, приходящихся на 100 самок. При этом различают соотношение полов в разные периоды: первичное соотношение полов — это соотношение зигот при оплодотворении; вторичное соотношение полов — при рождении и, наконец, третичное — соотношение полов в зрелой, способной размножаться популяции.

У различных животных в величине вторичного соотношения полов наблюдаются заметные отклонения в разные периоды, и в научной литературе в течение многих лет обсуждается вопрос о причинах, вызывающих эти колебания.

У человека вторичное соотношение полов, то есть количество родившихся мальчиков, приходящееся на сто родившихся девочек, в обычные периоды как раз и есть $105 \div 106$. Таким образом, обычно вероятность рождения мальчика есть

$$105 / (100 + 105) = 0,512,$$

т. е. немного больше половины.

Но бывают в течение длительного времени значительные отклонения от этой величины, и статистическому анализу отклонений и поиску

их причин посвящена большая литература. Скажем, статистически достоверно прослежено повышение вторичного соотношения полов, то есть относительный прирост рождающихся мальчиков во время и вскоре после длительных войн в странах, участвующих в войне. Так, в Германии в период первой мировой войны оно достигло 108,5, во время второй мировой войны в Великобритании и Франции вторичное соотношение полов возросло на 1,5—2%. На рис. 5 приведены данные о росте вторичного соотношения полов в Германии.

Для объяснения этого явления предлагалось много гипотез. Подмечено, что вторичное соотношение полов увеличивается с уменьшением возраста отца, во время войны вступают в брак более молодые люди, и ряд авторов

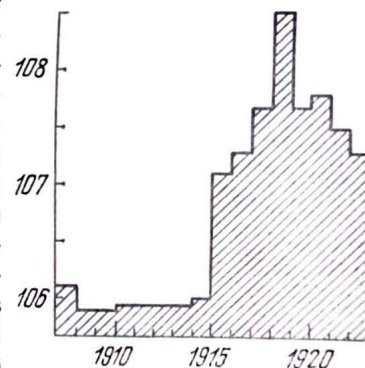


Рис. 5.

Таблица 3

Частота различных соотношений полов в семьях с 12 детьми
(общее количество — около 5 миллионов рождений)

Количество		Наблюда- емое чис- ло слу- чаев	Наблюдае- мая частота на миллион	Ожидаемая час- тота на милли- он (по биноми- альному закону)	Знак разности: наблюдаемая частота— ожидаемая частота
сыно- вей	доче- рей				
12	0	7	0,0007	0,0003	+
11	1	60	0,0056	0,0039	+
10	2	298	0,0279	0,0203	+
9	3	799	0,0747	0,0638	+
8	4	1398	0,1308	0,1353	—
7	5	2033	0,1902	0,2041	—
6	6	2360	0,2208	0,2244	—
5	7	1821	0,1703	0,1813	—
4	8	1198	0,1121	0,1068	+
3	9	521	0,0487	0,0448	+
2	10	160	0,0150	0,0127	+
1	11	29	0,0027	0,0022	+
0	12	6	0,0006	0,0002	+

считает это причиной увеличения вторичного соотношения полов. Другие связывают повышение вторичного соотношения полов во время и после войн с увеличением числа первородящих матерей, у которых доля мальчиков превалирует. Высказывались и другие гипотезы. Я не буду их обсуждать, но хочу отметить: ни одна из них не объясняет полностью наблюдаемое явление. И для его понимания — это же весьма сложная система — нужно придумать модель механизма явления, модель, которая могла бы объяснить способ, которым природа управляет воспроизведением потомства нужного популяции пола.

Первоначальные соображения о полной случайности и равновероятности рождения мальчика или девочки сразу отпадают вследствие обычно наблюдаемого вторичного соотношения 105 — 106 у людей или, скажем, 118 у собак. Ни у каких животных нет равного количества рождающихся самцов и самок.

Однако заранее все-таки не скажешь, кто же родится — мальчик или девочка, и поэтому естественной вероятностной моделью служит уже обсуждавшееся биномиальное распределение при отличной от $1/2$ вероятности рождения мальчика. Такая модель в первом приближении соответствует наблюдениям, но немного более глубокая

проверка приводит к выводу о ее неадекватности. Вот данные.

Исследовалось вторичное соотношение полов в семьях. Если бы биномиальное распределение было адекватной моделью рождаемости, то соответственно можно было бы предсказать частоты встречаемости семей с детьми одного пола или с заданным числом мальчиков и девочек. При обследовании и тщательной статистической обработке оказалось, что семьи с однополым потомством (одни мальчики или одни девочки) или с сильным преобладанием одного пола встречаются чаще, а семьи с равнополым соотношением или близким к нему встречаются реже, чем можно было бы ожидать, если принять, что соотношение полов — это только дело случая, и имеет место биномиальное распределение.

В таблице 3 приведены, как мне кажется, весьма впечатляющие данные. На рис. 6 представлены ожидаемая и наблюдаемая частоты.

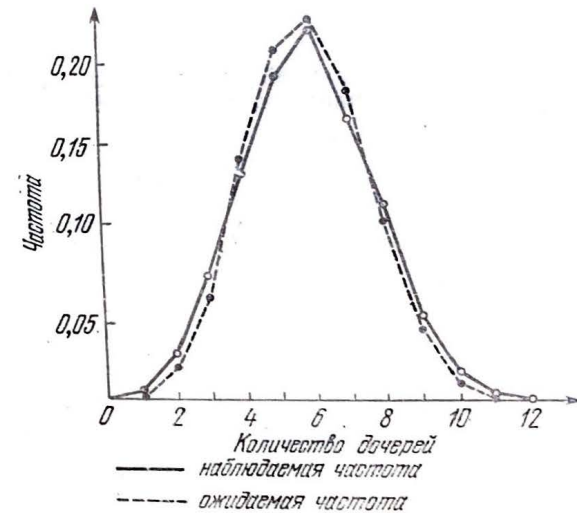


Рис. 6.

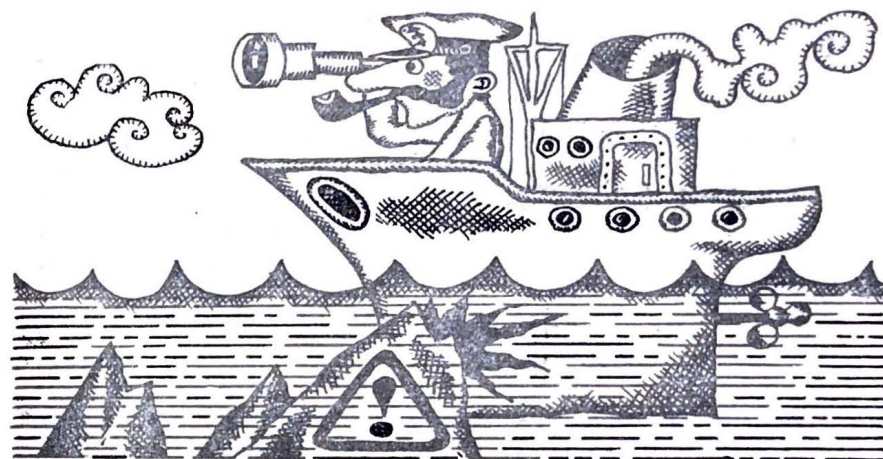
Колонка «Ожидаемая частота» подсчитана на основании биномиального распределения, где в качестве вероятности рождения мальчика взято относительное число мальчиков в этой серии наблюдений. Из сравнения ожидаемой частоты с наблюдаемой видно, что биномиальное распределение — модель здесь не очень хорошая, неадек-

ватная наблюдаемому распределению. Впрочем, в том же можно убедиться, применив, например, стандартные статистические критерии.

Эти данные и многие другие призывают к созданию модели, адекватной, соответствующей изучаемому явлению.

Такая модель предложена в 1965 году В. А. Геодакяном*). Он предполагает, что существует механизм обратной связи (отрицательной обратной связи, как говорят специалисты по теории колебаний и кибернетике), регулирующий вторичное соотношение полов при отклонениях третичного соотношения полов, то есть соотношения полов в зрелой популяции, и управляющим воздействием в замкнутой системе регулирования служат определенные гормональные факторы. Это, конечно, механизм статистический: меняются лишь вероятности рождения мальчика. Мне представляется модель В. А. Геодакяна вполне разумной, но, естественно, ее адекватность требует тщательной экспериментальной проверки. Таких данных в моем распоряжении нет, и поэтому я не буду более подробно обсуждать эту интересную тему.

*) О существовании обратной связи, регулирующей соотношение полов. Проблемы кибернетики, вып. 13, 1965.



.....▶ **Осторожно:
задача свелась к линейной...**

Задача свелась к линейной. Эта фраза в устах математика означает, что все основные трудности позади, — осталось только воспользоваться исчерпывающе разработанным аппаратом, и изучаемая проблема решена как с теоретической, так и с вычислительной точки зрения.

И все-таки... Если решалась прикладная задача, и линейная модель описывает некоторый реальный объект, то даже в рамках линейной задачи на пути исследователя могут встретиться различные сюрпризы. Об этом и пойдет дальше речь.

Начнем с простейшей, известной еще со школы системы двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= b_2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ее решение имеет вид

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \quad x_2 = \frac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \quad (2)$$

Алгебраическая теория систем линейных уравнений развита в предположении, что коэффициенты a_{ij} и правые части b_i известны точно — предположении, столь же естественном для математики, сколь неприемлемом в ее приложениях. В самом деле, когда система (1) является