

Измерение и вычисление расстояний, высот и площадей



kolesnikov.org/Distance

ЛИНИЯ ГОРИЗОНТА

1. Какова линия горизонта для человека среднего роста. 4.5 км примерно.
2. Пролетая Бологое, можно одновременно видеть Москву и Петербург.
Если смотреть с самолета с высоты 10 тыс. м, то линия горизонта будет в 360 км. Теоретически, пролетая Бологое, можно одновременно видеть Москву и Петербург. [Савватеев2009p149]
3. Расстояние до горизонта [Андреева2019p60]
<http://book.etudes.ru/toc/skyline>
4. Как далеко видно со стратостата? [Перельман1934С]

Андреев2019ар60:

Математическая составляющая / ред.-сост. Н.Н. Андреев, С.П. Коновалов, Н.М. Панюнин; художник-оформитель Р.А. Кокшаров. — 2-е изд., расш. и доп. — М.: Фонд «Математические этюды», 2019. — 367с.

Перельман1934С:

Перельман Я.И. Как далеко видно со стратостата? // Техника — молодежи. — 1934. — N2. — С. 70-71.

http://epizodyspace.ru/bibl/tehnika_-_molodyoji/1934/1/70-71.djvu

Савватеев2009p149:

Савватеев А.В. Математика для гуманитариев. Живые лекции. — М.: Русский фонд содействия образованию и науке, 2009. — 304с.

5. Мореходные таблицы 1975 г. (МТ-75)

Таблица 22 в МТ-75 (Мореходные таблицы 1975 года) позволяет рассчитать географическую дальность видимости предмета путем двукратного входа в нее по e и по h , а затем сложения результатов.

<http://www.glubinnaya.info/science/geograficheskaya-dalnost-vidimosti-predmetov-dalnost-vidimogo-gorizonta-6389.html>

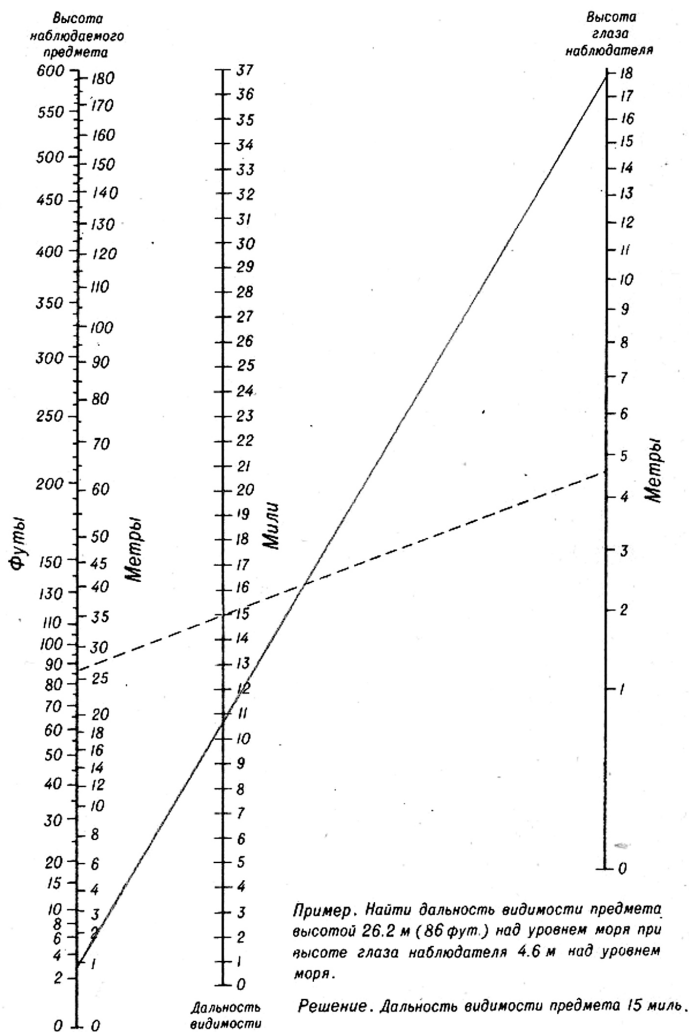
Таблица 22. Дальность видимого горизонта

| Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили | Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили | Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили | Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили | Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили | Высота e или h м | Рас- стоя- ние D_e мили |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| 0.25 | 1.0 | 9.0 | 6.2 | 30 | 11.4 | 64 | 16.7 | 190 | 28.7 | 1200 | 72.1 |
| 0.50 | 1.5 | 9.5 | 6.4 | 31 | 11.6 | 66 | 16.9 | 200 | 29.4 | 1300 | 75.1 |
| 0.75 | 1.8 | 10.0 | 6.6 | 32 | 11.8 | 68 | 17.2 | 210 | 30.2 | 1400 | 77.9 |
| 1.00 | 2.1 | 10.5 | 6.7 | 33 | 12.0 | 70 | 17.4 | 220 | 30.9 | 1500 | 80.6 |
| 1.25 | 2.3 | 11.0 | 6.9 | 34 | 12.1 | 72 | 17.7 | 230 | 31.6 | 1600 | 83.3 |
| 1.50 | 2.5 | 11.5 | 7.1 | 35 | 12.3 | 74 | 17.9 | 240 | 32.2 | 1700 | 85.8 |
| 1.75 | 2.8 | 12.0 | 7.2 | 36 | 12.5 | 76 | 18.1 | 250 | 32.9 | 1800 | 88.3 |
| 2.00 | 2.9 | 12.5 | 7.4 | 37 | 12.7 | 78 | 18.4 | 260 | 33.6 | 1900 | 90.7 |
| 2.25 | 3.1 | 13.0 | 7.5 | 38 | 12.8 | 80 | 18.6 | 270 | 34.2 | 2000 | 93.1 |
| 2.50 | 3.3 | 13.5 | 7.6 | 39 | 13.0 | 82 | 18.8 | 280 | 34.8 | 2100 | 95.4 |
| 2.75 | 3.5 | 14.0 | 7.8 | 40 | 13.2 | 84 | 19.1 | 290 | 35.4 | 2200 | 97.6 |
| 3.00 | 3.6 | 14.5 | 7.9 | 41 | 13.3 | 86 | 19.3 | 300 | 36.1 | 2300 | 99.8 |
| 3.25 | 3.8 | 15.0 | 8.1 | 42 | 13.5 | 88 | 19.5 | 350 | 38.9 | 2400 | 102.0 |
| 3.50 | 3.9 | 16 | 8.3 | 43 | 13.6 | 90 | 19.7 | 400 | 41.6 | 2500 | 104.1 |
| 3.75 | 4.0 | 17 | 8.6 | 44 | 13.8 | 92 | 20.0 | 450 | 44.2 | 2600 | 106.1 |
| 4.00 | 4.2 | 18 | 8.8 | 45 | 14.0 | 94 | 20.2 | 500 | 46.5 | 2700 | 108.2 |
| 4.25 | 4.3 | 19 | 9.1 | 46 | 14.1 | 96 | 20.4 | 550 | 48.8 | 2800 | 110.1 |
| 4.50 | 4.4 | 20 | 9.3 | 47 | 14.3 | 98 | 20.6 | 600 | 51.0 | 2900 | 112.1 |
| 4.75 | 4.5 | 21 | 9.5 | 48 | 14.4 | 100 | 20.8 | 650 | 53.1 | 3000 | 114.0 |
| 5.0 | 4.7 | 22 | 9.8 | 49 | 14.6 | 110 | 21.8 | 700 | 55.1 | 3300 | 119.6 |
| 5.5 | 4.9 | 23 | 10.0 | 50 | 14.7 | 120 | 22.8 | 750 | 57.0 | 3600 | 124.9 |
| 6.0 | 5.1 | 24 | 10.2 | 52 | 15.0 | 130 | 23.7 | 800 | 58.9 | 3900 | 130.0 |
| 6.5 | 5.3 | 25 | 10.4 | 54 | 15.3 | 140 | 24.6 | 850 | 60.7 | 4200 | 134.9 |
| 7.0 | 5.5 | 26 | 10.6 | 56 | 15.6 | 150 | 25.5 | 900 | 62.4 | 4500 | 139.6 |
| 7.5 | 5.7 | 27 | 10.8 | 58 | 15.9 | 160 | 26.3 | 950 | 64.2 | 4800 | 144.2 |
| 8.0 | 5.9 | 28 | 11.0 | 60 | 16.1 | 170 | 27.1 | 1000 | 65.8 | 5100 | 148.7 |
| 8.5 | 6.1 | 29 | 11.2 | 62 | 16.4 | 180 | 27.9 | 1100 | 69.0 | | |

МТ-75:

Мореходные таблицы 1975 г. (МТ-75). — Л.: Главное управление навигации и океанографии Министерства обороны СССР, 1975. — 324с. — Предыдущее изд.: МТ-63.

<http://deckofficer.ru/titul/study/item/mt-75>



ДАЛЬНОСТЬ ВИДИМОСТИ ПРЕДМЕТОВ

Номограмма Струйского (Приложение 6 к МТ-75)

Николай Николаевич Струйский (1885–1935) — военный моряк, гидрограф, участник Первой мировой и Гражданской войн, главный штурман флота, начальник Управления безопасности кораблевождения Балтийского флота, исследователь Каспийского моря, капитан 2 ранга.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Струйский,_Николай_Николаевич

6. Оценочная формула для линии горизонта L (в км)

$$L = 3.6(\sqrt{h} + \sqrt{e}),$$

где h — высота предмета в метрах,

e — высота глаза наблюдателя в метрах.

Если расстояние измерять в морских милях (1852 м), то коэффициент при корнях 2.08. Если все считать в метрах (что более корректно, но менее удобно), то коэффициент 3600.

$$L = 2.08(\sqrt{h} + \sqrt{e}), \text{ } L \text{ в морских милях, } h, e \text{ — в метрах.}$$

$$L = 3600(\sqrt{h} + \sqrt{e}), \text{ } L, h, e \text{ — в метрах.}$$

7. Можно ли стоя на 14 этаже здания в Хельсинки увидеть 25-этажный отель в Таллинне. [Gowers2012q39]

Решение. Используя приведенную выше формулу вычисления дальности видимого горизонта ($L=3.6\sqrt{h}$), можно определить, что, если человек ростом 1.6 метров посмотрит вдаль, то он сможет увидеть предмет на расстоянии 4.5 км, а если он поднимется на 10-метровую высоту, то это расстояние составит 12.6 км. Если взять высоту этажа примерно за 3 метра, то высота 14-этажного здания — около 45 м.

Посчитаем снова с помощью нашей формулы расстояние видимости, оно составит 24 км. А у 25-этажного здания — 32 км. Теперь для определения расстояния, которое можно увидеть, необходимо сложить дальность видимого горизонта наблюдателя с дальностью видимого горизонта предмета, получим 56 км. Другими словами, стоя на 14-м этаже, мы можем видеть предмет, находящийся на земле на расстоянии не более 24 км, но 25-этажку мы можем разглядеть и на более дальнем расстоянии — до 56 км. Однако это меньше, чем расстояние между Хельсинки и Таллинном (80 км). Следовательно, увидеть таллинский отель, стоя на 14 этаже здания Хельсинки, невозможно.

Какова должна быть высота в отеле в Таллине, чтобы видеть его с 14 этажа в Хельсинки? — 240 м.

Можно воспользоваться номограммой Струйского, которая, к сожалению, ограничивает высоту наблюдателя 18 метрами. Однако, вспомнив, что расстояния до горизонта наблюдателя и наблюдаемого суммируются, можно и из нее найти, что линия горизонта для 25 этажа (80 м) — 18.5 миль, для 14 этажа (45 м) — 14 миль. Для их совместного наблюдения: $18.5 + 14 = 32.5$ мили или 58.5 км. Это несколько больше нашего предыдущего расчета, но существенно меньше расстояния от Таллина до Хельсинки (80 км).



Author Kuuskinen
https://ru.wikipedia.org/wiki/Таллинская_обсерватория

8. Какой высоты должна быть башня барона фон Глена (в наст. время Таллинская обсерватория), чтобы увидеть финский берег?

Она вроде как строилась для этого. Однако скажем сразу, что она не была построена до требуемой высоты.

Определение размера Башни Глена.

Google Maps: 6 см. Масштаб 1.5 см — 2 м.

Итого 8 м.

Велосипед (на фото) 2 м — 2 см, всего 10 см — 10 м.

С высотой в 75 м, указанной в Wikipedia, есть сомнения. Может быть это от уровня моря?

Google Maps определяют расстояние до ближайшей точки финского берега в 65 км. Следовательно, высота башни должна быть $(65/3.6)^2 = 325$ м. При этом отсчет ведется от уровня моря.

Как уже отмечалось, башня Глена требуемой высоты не достигла, хотя и находилась на холме. Однако аэростаты и современные дроны с камерами легко достигают необходимой высоты. Увидеть финский берег таким образом вполне возможно и дело только за погодой и облачностью.

P.S. За башню Глена спасибо П.Н. Кирикову.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Глен,_Николай_фон

https://www.stena.ee/blog/stena_news/ekskursiya-v-tallinskuyu-zvezdnuyu-bashnyu-t%C3%A4hetorn

<https://egorov.livejournal.com/327090.html>

9. «...он сидит так высоко, что из окна его кабинета виден Магадан!»

Это цитата из фильма «Черный принц» (1973 г.).

Вопрос: На какой высоте должен быть кабинет в Москве, чтобы из его окна был виден Магадан?

Первое действие — расстояние от Москвы до Магадана. Google дает ответ — 10 тыс. км. Диаметр Земли примерно 12 тыс. км.

Формула для расстояния до горизонта:

$$d^2 = 2 R h + h^2;$$

Найти надо высоту h . Считаем в тыс. км:

$$100 = 12 h + h^2 \text{ или}$$

$$h^2 + 12h - 100 = 0$$

$$h = (-12 + \sqrt{(144+400)})/2 = 5.5 \text{ тыс. км}$$

Получается, чтобы видеть из Москвы Магадан в прямом смысле этого слова, надо подняться где-то на высоту 5.5 тыс. км, выше обычных спутниковых орбит, но ниже геостационарной орбиты и, конечно, гораздо ближе Луны.

КАК ОДИН ДРЕВНИЙ ГРЕК ОПРЕДЕЛИЛ РАЗМЕРЫ ЗЕМНОГО ШАРА

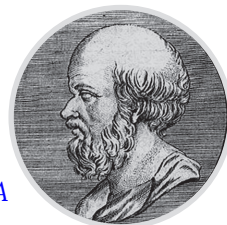
Речь идет об Эратосфене (276-194 до н. э.)

[Хаббард2009р8-9]

<https://ru.wikipedia.org/wiki/Эратосфен>

Как Эратосфен измерил диаметр Земли?

<https://www.youtube.com/watch?v=knZAS1JAbXA>



В тесной связи с астрономией находится замечательная геодезическая работа Э., состоящая в определении длины александрийского меридиана. Пользуясь частью произведенными измерениями, частью показаниями путешественников, он нашел эту длину равной 250 000 стадий. Позднее это число было увеличено, может быть, самим Э., может быть, его преемниками до 252 000 стадий. Дуга меридиана в 1° оказывалась, таким образом, равной 700 стадиям.

[Бобынин1904р947-949]

Клеомед2010:

Клеомед. Учение о круговращении небесных тел / пер. А.И. Щетникова // ΣΧΟΛΗ. — 2010. — Т. 4, вып. 2. — С. 349—415.

www.astro-cabinet.ru/library/Kleomed/kleomed-teoriya-krugovrascheniy-nebesnih-tel.pdf

Глава 10 Книги первой посвящена определению размера Земли. Клеомед выделяет два метода: Посидония и Эратосфена.

Клеомед — древнегреческий астроном и философ. Время жизни Клеомеда относят к периоду от I века до н. э. до IV века н. э.

Прежде всего, это процедуры измерения размеров Земли, одна из которых была осуществлена Посидонием, а другая – Эратосфеном (1.10). Обе процедуры основаны на измерении какой-то части земного меридиана: с одной стороны – по её действительной длине, с другой стороны – по её угловой величине. Зная её угловую величину, мы узнаём, какую долю составляет эта часть меридиана от полной величины большого круга; зная её действительную длину, мы узнаём полную длину большого круга. В процедуре Посидония производится измерение наибольшей высоты Канопуса над горизонтом на Родосе и в Александрии, в процедуре Эратосфена – измерение высоты Солнца над горизонтом в полдень летнего солнцестояния в Александрии и в Сиене. Согласно Посидонию, охват Земли составляет 240.000 стадиев; согласно Эратосфену, охват Земли составляет 250.000 стадиев. Отсюда находится диаметр Земли: он приблизительно равен 80.000 стадиев.

[Клеомед2010]. Предисловие переводчика

Бобынин1904p947-949:

Бобынин В.В. Эратосфен // Энциклопедический словарь. – СПб.: Брокгауз – Ефрон, 1904. – Т. XLа. – С. 947–949.

Хаббард2009p8-9:

Хаббард Д. Как измерить все, что угодно. Оценка стоимости нематериального в бизнесе / пер. с англ. Е. Пестеревой. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2009. – С. 9-11.

Щетников2010:

Щетников А.И. Измерение астрономических расстояний в Древней Греции // Схолэ. – 2010. – №4. – С. 325–340.

Щетников2017p118-122:

Афонасин Е.В., Афонасина А.С., Щетников А.И. Античный космос. Очерки истории античной астрономии и космологии. – СПб.: Издательство РХГА, 2017. – 403с. – Библиогр.: с. 389-399.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ПО ЧАСОВЫМ ПОЯСАМ

Если от Нью-Йорка до Лос-Анжелеса 3 тыс. миль и три часа разницы, которые составляют одну восьмую всего дня, то можно предположить, что окружность Земли составит 24 тыс. миль [Baeyer1993p5]. Это хорошая оценка с высокой точностью. А теперь попробуйте посчитать это же на примере Москвы и Владивостока? Результат будет не столь радостный. А как быть с перелетом Франкфурт — Лос Анжелес: 10 тыс. км, 9 часов разницы во времени? Земля получается не очень больших размеров (где-то 27 тыс. км в окружности).

Baeyer1993p5:

Baeyer Hans Christian, von. The Fermi Solution: Essays on Science. — New York: Random House, 1993. — 173p. (1. The Fermi Solution, p. 3-12).

РАСЧЕТ УГЛОВ И РАССТОЯНИЙ. ТЫСЯЧНЫЕ

Цель найдена. Теперь нужно определить ее местоположение, нужно точно вычислить расстояние до цели, чтобы наша артиллерия знала, куда направить свои выстрелы.

Как же это сделать?

Местоположение цели определяется обычно по отношению к ориентиру, — именно, по отношению к тому ориентиру, который находится всего ближе к цели. Достаточно знать две координаты цели — ее дальность, то есть расстояние от наблюдателя или от орудия до цели, и угол, на который цель видна нам правее или левее ориентира, — и тогда местоположение цели будет определено вполне точно.

[Артиллерия1938p155-164]



Артиллерия1938:

Внуков В.П. Артиллерия. — М.: Государственное Военное Издательство Наркомата Обороны Союза ССР, 1938. — 360с.

<http://wio.ru/galgrnd/artill/art38/vnukov1.htm>

Артиллерия1953:

Артиллерия. — М.: Военное издательство Народного Комиссариата Обороны, 1953. — 480с.

<https://broneboy.ru/книга-артиллерия-1953>

Чуров2016:

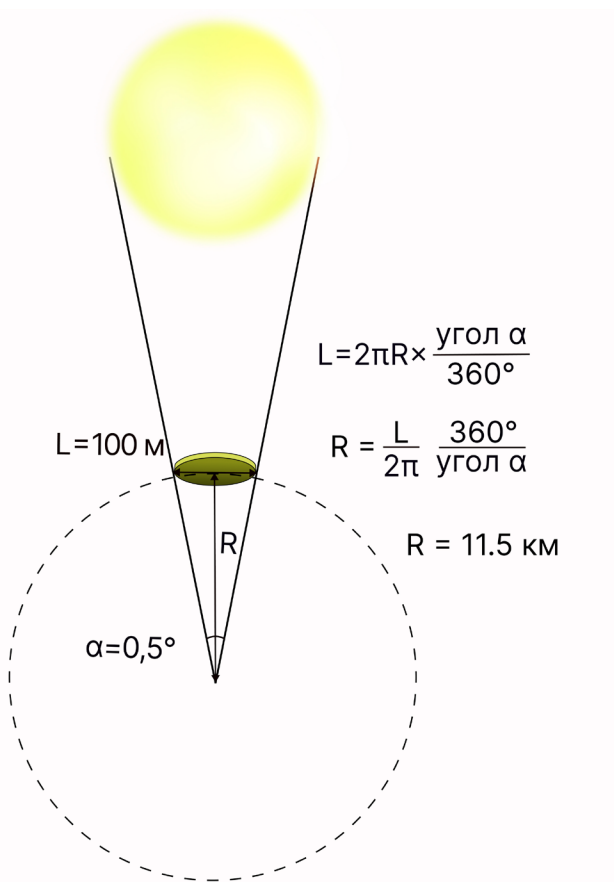
Чуров В. Загадка «Артиллерии» // Красная Звезда. — 11.12.2016.

<http://archive.redstar.ru/index.php/advice/item/31568-zagadka-artillerii?attempt=1>



ЗАТМЕНИЕ

На каком расстоянии от глаза и от солнца должен быть круг диаметром 100 метров, чтобы получилось точное солнечное затмение? [4brain.ru_q4]

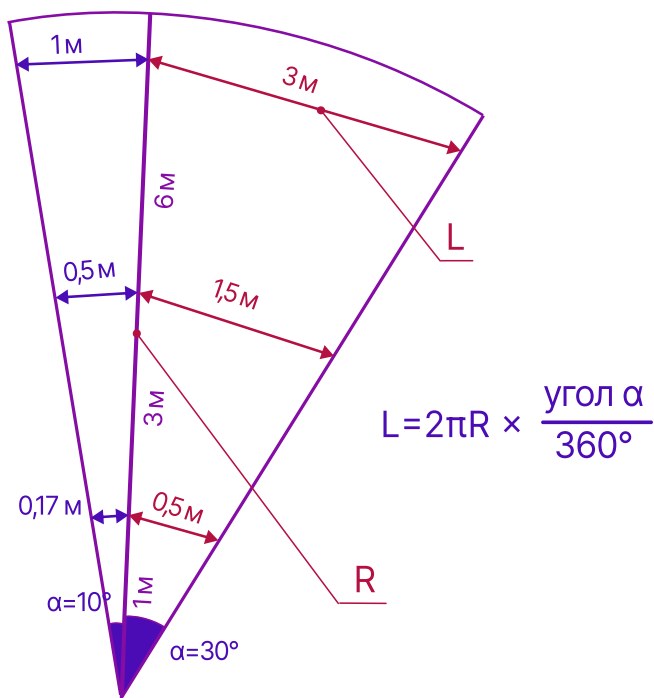


4brain.ru_q4:

<https://4brain.ru/blog/примеры-нестандартных-задач-ферми>

ТРЕУГОЛЬНИК РАССТОЯНИЙ И УГЛОВ

Какой линейный размер имеет предмет на расстоянии 1 м, если виден под углом 10° ?



С КАКОГО РАССТОЯНИЯ СДЕЛАНО ЭТО ФОТО?



Фотограф Mark Gee.
<https://www.youtube.com/watch?v=ehulHtKfpuM>

Луна видна под углом в полградуса. Расстояние до Луны 380 тыс. км. Диаметр Луны 3400 км. На фото на диск Луны по горизонтали помещается около 11 человеческих фигур. Примем средний рост за 1.75 м: $1.75 \times 11 =$ около 20 м. Разделив диаметр Луны на 20 м получим 170 тыс. раз. В такое количество раз люди ближе к фотографу, чем Луна. Разделив 380 тыс. км на 170 тыс., получим примерно 2.2 км. Сам фотограф пишет о расстоянии 2.1 км.

Угол в полградуса и не понадобился. Зная его, можно по диаметру Луны определить расстояние до нее или, наоборот, по расстоянию до Луны определить ее размер.

Другой способ. Предмет размером в 1 м виден с 6 м под углом в 10 градусов. Под углом в 1 градус этот же предмет виден с 60 м. Под углом в полградуса, как Луна, со 120 м. У нас предмет в 20 метров (11 человеческих ростов). $120 \times 20 = 2400$ м.

Конечно, погрешность в 14% ($2.4/2.1$) достаточно велика, но можно вспомнить, что угловой размер Луны не 30 минут (полградуса) точно, а от $29'24''$ до $33'40''$.

Сурдин2017p156:

Сурдин В.Г. Вселенная в вопросах и ответах. Задачи и тесты по астрономии и космонавтике. — М.: Альпина нон-фикшн, 2017. — 242с.

О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ РАЗМЕРА

При увеличении вес и объем пропорциональны кубу увеличения, а толщина костей и мощь мускулов только квадрату. [Холдейн1926]

Strauss1995:

Strauss Stephen. The Sizesaurus: From Hectares to Decibels to Calories, a Witty Compendium of Measurements. — New York: Kodansha Amer Inc, 1995. — 272p.

Паулос2021:

Паулос Джон Аллен. Математическое невежество и его последствия. — М.: Издательство Студии Артемия Лебедева, 2021. — 208с.

Перельман1928.2p103-115q111-120:

Перельман Я.И. Занимательные задачи: с 137 рис. / обложка и иллюстрации: Ю.Д. Скалдин. — 2-е изд. — Л.: Время, 1930. — 148с. — С. 103-115: Задачи из «Путешествий Гулливера».

Холдейн1926:

Холдейн Дж.Б.С. О целесообразности размера // Г.Э. Фельдман. Джон Бэрдон Сандерсон Холдейн, 1892-1964. — М.: Наука, 1976. — 215с. — (Научно-биографическая серия).

<http://vivovoco.ibmh.msk.su/VV/BOOKS/HALDANE/CHAPTER4.HTM>

ЕСЛИ ВСЕ НАСЕЛЕНИЕ ЗЕМЛИ СОГНАТЬ НА ОДНУ ПЛОЩАДЬ, ТО КАКОВЫ БУДУТ ЕЕ РАЗМЕРЫ?

1. Площадь населения. Если все население Земли согнать на одну площадь, то каковы будут ее размеры? При этом предлагается разместить людей хоть и стоя, но комфортно (на квадратном метре до четырех человек). [Adam1995q21]
2. Сент-Экзюпери: Разместить все человечество на острове в Тихом океане. Оцените размер острова. [Бондаров2016]
3. Если все люди мира соберутся вместе, какую площадь они займут? [Weinstein&Adam2008p21]
4. Можно ли все население Земли запихать в Боденское озеро? [Дреццер2008p14] [Gowers2012q2] для этой цели предпочитает остров Уайт.
5. Каковы поверхность и объем всех людей? [Adam1995q22]
6. Какой объем занимает вся человеческая кровь? [Adam1995q6]
7. Сколько клеток в человеческом теле? [Adam1995q4]

Перельман складывает все население земли в кубическую милю ($7 \times 7 \times 7$ км). [Перельман1926.6p164] [Коваль1972p64] размещает население Польши (30 млн) на квадрате со стороной 2740 м.

Adam1995:

Adam John A. Educated Guesses // Quantum: The Magazine of Math and Science. — 1995, Sept/Oct. — Vol. 6, No. 1. — P. 20-24.

Gowers2012:

How should mathematics be taught to non-mathematicians? (= Как следует преподавать математику нематематикам?) // Gowers's Weblog. Mathematics related discussions.

<https://gowers.wordpress.com/2012/06/08/how-should-mathematics-be-taught-to-non-mathematicians/>

Weinstein&Adam2008p21:

Weinstein Lawrence, Adam John A. Guesstimation: Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin. — New Jersey: Princeton University Press, 2008. — 302p. — References: p. 295-297 (31 items).

Бондаров2016:

Бондаров М.Н. Роль оценочных задач в преподавании физики // Сборник научно-практических материалов по итогам IV Московских методических чтений «Фестиваль методических идей». — М., 2016. — С. 417-422.

http://xn--80aaehfbdnibse7ai3audo8byp.xn--p1ai/publikacii/sbornik_n-p-mater_mn.pdf

Дрессер2008p9-10:

Дрессер Кристоф. Обольстить математикой. Числовые игры на все случаи жизни / пер. с нем. А.Я. Зарха. — 3-е изд., стереотип. — М.: Лаборатория знаний, 2016. — 200с.

Ориг. изд.: Drosser Christoph. Der Mathematikverfuhrer. Zahlenspiele fur alle Lebenslagen. — 2008.

Коваль1972p64:

Коваль Станислав. От развлечения к знаниям. Математическая смесь / пер. с польского. — Warszawa: Wydawnictwa naukowo-techniczne, 1972. — 539с.

Перельман1926.6p164:

Перельман Я.И. Занимательная арифметика: Загадки и диковинки в мире чисел / рис. в тексте работы худож. Ю.Д. Скалдина. — 6-е изд., просм. и доп. — М.; Л.: Молодая гвардия. Ленингр. отделение, 1935. — 175с.

Книга в свободном доступе на сайте Российской государственной библиотеки (на 10.05.2022).

<https://search.rsl.ru/ru/record/01005297776>